

**Tytuł rozprawy:** Cantora i Dedekinda filozofie matematyki. Analiza porównawcza

**Streszczenie:** Niniejsza rozprawa jest porównawczym studium przypadku (*case study*) dwóch indywidualnych praktyk matematycznych oraz rekonstruowanych w oparciu o nie wybranych aspektów filozoficznych prac Georga Cantora i Richarda Dedekinda. Studium to wpisuje się w nurt badań rozwoju wiedzy matematycznej, gdzie zauważa się potrzebę poszerzania wiedzy o *case studies*, które są skupione na konkretnych problemach matematycznych, rozwiązywanych przez konkretnych matematyków. Rozprawa ma na celu wyjście naprzeciw tej potrzebie, opierając się na analizie przykładów historycznych. W tym celu dokonana jest analiza porównawcza założeń filozoficznych dwóch analizowanych matematyków XIX wieku. Inspiracją do podjęcia tego kierunku badawczego jest postulat Michała Hellera, dotyczący konieczności poszerzenia zakresu pytań i kwestii badawczych filozofii matematyki. Hellerowski program rozwinięty został o odwołanie do filozofii praktyki matematycznej (PMP).

Głównym celem pracy jest próba podważenia radykalnego, obowiązującego poglądu Cantor-platonik vs Dedekind-konstruktywista. W ramach nurtu badań praktyki matematycznej niniejsza praca argumentuje za pragmatycznym podejściem, które uzależnia powstawanie obiektów matematycznych od konkretnych, umysłowych czynności konstrukcyjnych podmiotu w odpowiedzi na konkretne matematyczne problemy w perspektywie indywidualnej i społecznej. Perspektywa ta dopuszcza, żeby od momentu tekstowego i językowego wprowadzenia tych przedmiotów, stawały się one w pewnym sensie intersubiektywnie komunikowalne.

W pracy skupiono się na następujących treściach matematycznych: 1. na problemie skonstruowania kontinuum punktowego u obu matematyków, 2. w przypadku Cantora na powstaniu zbiorów nieskończonych, liczb pozaskończonych – kardynalnych i porządkowych, jak również na dowodzie przeciwko nieskończeniu małym wielkościom, 3. a w przypadku Dedekinda na zarysie podstaw teorii mnogości, jak i na arytmetyce liczb naturalnych. Wybrane matematyczne problemy są przeanalizowane w kontekście współczesnych propozycji.

Oprócz analizy matematycznych tekstów, rekonstrukcji oraz analizy porównawczej filozoficznych założeń i przesłanek, podjęta została próba scharakteryzowania wybranych aspektów metodologii praktyki naukowej obu matematyków, w oparciu o ich naukowe decyzje i podejmowane kierunki badań, w kontekście ówczesnego środowiska naukowego i obowiązujących w tym środowisku paradygmatów. Przeanalizowano w tym celu ich założenia

o źródle wiedzy matematycznej, podejście do wykorzystania i stosowania teorii mnogości, a także opiszemy wybrane aspekty ich matematycznego oglądu podstaw matematyki.

Podjęte analizy pozwalają zrekonstruować trzy istotne aspekty filozofii matematyki Cantora i Dedekinda. Chodzi o konstrukcjonizm epistemologiczny, realizm ontologiczny, a także związany z nimi strukturalizm - u Cantora jedynie strukturalizm ontologiczny, u Dedekinda dodatkowo strukturalizm metodologiczno-epistemologiczny. Proponowany konstrukcjonizm epistemologiczny jest oparty na niezbędności aktywnych i twórczych procesów umysłowych podmiotu matematycznego w kontekście konstruowania matematycznych struktur; realizm oparty na założeniu o niezbędności minimalnego wymogu istnienia abstrakcyjnych obiektów, które są wytworem oraz przedmiotem dyskursu zarówno indywidualnej praktyki, jak i praktyki społeczno-historycznej.

Karolina Tytko  
06.09.2024r.